Rainer Seidel

Über die ökonomische Funktion der Logik*

Deduktion im Denkprozeß

1. Problemstellung

Unter „Logik" — wobei es uns hier immer um die formale Logik geht — wird meist etwas verstanden, was man umschreiben kann als Lehre vom richtigen Schließen. Die traditionelle Form dieser Lehre ist die auf Aristoteles zurückgehende Syllogistik. Erst Ende des 19. Jahrhunderts begann sie sich weiterzuentwickeln zu verallgemeinerten axiomatischen Systemen oder Kalkülen. Der Dreh- und Angelpunkt aller formalen Logik ist das Prinzip des verbotenen Widerspruchs: Man darf nicht etwas behaupten und zugleich — in derselben Hinsicht — auch dessen Negation. Logik als System von Regeln des Schließens läßt sich im Wesentlichen als eine Ausfaltung des Widerspruchsprinzips verstehen. Es wäre aber zu einfach, die formale Logik bzw. die Tragweite des Widerspruchsprinzips auf die Lehre vom richtigen Schließen zu beschränken. Das Prinzip des Widerspruchs hat offenbar noch grundlegendere Bedeutung für die Geistestätigkeit: Es gewährleistet die Identität des Subjekts (die die Einzelmomente des Bewußtseins synthetisierende, einheitstiftende Instanz des Ich) wie die Identität des Objekts (die Abgrenzbarkeit, Permanenz usw. der immer durch zahlreiche Einzelbestimmungen konstituierten Objekte), ohne die wir — jedenfalls auf der von uns erreichten historischen Stufe — offenbar nicht denken können. In diesem Sine hat die Logik eine kategoriale, unsere Geistestätigkeit von vornherein strukturierende Funktion — Piagets Untersuchungen beispielsweise beziehen sich hierauf (weiter vgl. etwa Müller 1977). Der vorliegende Artikel beschäftigt sich mit der formalen Logik nur in dem erstgenannten, spezielleren Sinn einer Lehre vom richtigen Schließen, also einer Methode, wie man, ohne neue empirische Information heranzuziehen, also rein durch Denken, aus bereits bekannten Sätzen andere Sätze gewinnt. Lange Zeit, noch bei Kant, galt die Logik als eine unhinterfragbare Disziplin von höchster wissenschaftlicher Würde, als absolute Bedingung des Erkenntnisgewinns. Noch heute, etwa von der analytischen Philosophie oder vom Kritischen Rationalismus wird die Logik, wie auch ihre Erweiterung, die Mathematik, einerseits als letzte, nicht mehr hintergehbare Instanz der Erkennt-

* Diese Untersuchung wurde mir zu einem großen Teil durch ein Stipendium der Deutschen Forschungsgemeinschaft ermöglicht.

nisgewinnung, andererseits als höchstes Ideal der Form wissenschaftlicher Erkenntnis angesehen. Erst in der Hegelschen Dialektik wurde der Glanz der Logik getrübt. Für Hegel ist die formale Logik die Denkweise des „gesunden Menschenverstands", d.h. des bloß „metaphysischen" Denkens, das lediglich in der Lage ist, an den vom Subjekt getrennt gedachten Objekten einzelne Bestimmungen vorzunehmen und diese als ewig gültig festzuhalten. Durch das begreifende Erkennen, die Tätigkeit der Vernunft, deren Form die dialektische Logik ist, erkennt der menschliche Geist in der Natur bzw. den Objekten überhaupt, sein eigenes Wirken und überwindet die starren, feststehenden Seinsaussagen. Formale Logik ist so nur eine Vorform der Logik im dialektischen Sinne.

Im Ansatz der Kritischen Psychologie ist das begrenzte, die Gemachtheit, Subjektivität und damit prinzipielle Veränderbarkeit unserer Lebenswelt nicht erkennende Denken von Holzkamp (1973) als „problemlösendes Denken" charakterisiert worden. Das (nur) problemlösende Denken, das sich von jeweils einzelnen, quasi naturhaft auftauchenden, in ihrer Entstehung unbegriffenen Problemen gängeln läßt, ist das eigentliche Betätigungsfeld der formalen Logik: da die im Problem vorgesetzten Ziele nicht als gesellschaftlich bedingt und daher gesellschaftlich unveränderbar betrachtet werden, erscheinen sie rein als Denkprobleme, die letztlich durch Beachtung des Prinzips vom verbotenen Widerspruch lösbar sind.

Wenngleich im Sinne dieses dialektischen Ansatzes das Feld der formalen Logik deutlich eingeschränkt erscheint, so hat sie dennoch eine große Bedeutung, wie man schlicht der tatsächlichen Entwicklung der Wissenschaften entnehmen kann. Gerade von einem historisch-dialektischen Ansatz aus stellt sich damit die Frage, *warum* die Logik — auf ihrem Feld — wirksam werden kann, worin ihre Bedeutung liegt und woher sie kommt.

In diesem Artikel versuche ich die Auffassung zu untermauern, daß die Bedeutung der Logik darin liegt, daß die Deduktion das Problemlösen effektiver, ökonomischer macht, daß sie Denkprozesse verkürzt. Die vorliegende Untersuchung geht darauf aus, diese ökonomische Funktion der Logik selbst genauer zu analysieren und verzichtet auf eine allgemeine philosophisch-historische Diskussion über Funktion und Entstehung der Logik. Nur soviel möchte ich bemerken, daß die These von der ökonomischen Funktion der Logik keineswegs eine konventionalistische oder subjektiv-idealistische Ansicht über den Ursprung der Logik impliziert, wie sie etwa vom Empiriokritizismus vertreten worden ist (s. bes. Avenarius 1876). Im Gegenteil: je genauer wir die Mechanismen des Denkens verstehen, um so besser verstehen wir, wie es als Mittel des gesellschaftlichen wie des individuellen Bewußtseins der Erfassung *der Wirklichkeit* und damit der historischen Gestaltung unserer Lebenswelt dient. Die ökonomische Funktion der Logik muß als Gegenstand psychologischer Untersuchung — auf beiden Ebenen betrachtet werden, zum einen auf der gesellschaftlich-allgemeinen, objektiven Ebene, also der Logik als Wissenschaft, zum andern auf der empirisch-individuellen, subjektiven Ebene, also der Logik wie sie im Denkprozeß der Individuen erscheint. Dabei wird gerade das Verhältnis dies beiden Bereiche zu diskutieren sein.

2. Untersuchung auf der individuell-empirischen Ebene: Die ökonomische Wirkung des Schlußfolgerns gegenüber dem Probieren

Beginnen wir mit dem empirisch-individuellen Denkprozeß! Um die für die anstehende Thematik wichtige Charakteristik des Denkens darzustellen, nehme ich ein Beispiel aus einer empirischen Untersuchung von Bartlett (1958). Den Versuchspersonen wurde eine sog. „kryptoarithmetische" Aufgabe vorgelegt:

$$\begin{array}{cccccc} D & O & N & A & L & D \\ G & E & R & A & L & D \\ \hline R & O & B & E & R & T \end{array} \qquad (D = 5)$$

Die Aufgabe besteht darin, die Buchstaben so durch Ziffern zu ersetzen, daß eine korrekte Addition entsteht (D = 5 ist vorgegeben).
(Dem interessierten Leser empfehle ich, die Aufgabe zunächst einmal selbst zu lösen und sich dabei Notizen zu machen, so daß er seinen Lösungsgang sich nachher rekonstruieren kann, denn die darzulegende Charakterisierung des problemlösenden Denkprozesses ist m.E. in der Selbstbeobachtung recht gut nachzuvollziehen.)

Hier nun einer der von Bartlett angegebenen Lösungsgänge (a.a.O., S. 51ff, Protokoll II, wobei ich zur Verdeutlichung den Text etwas umformuliert habe):

1. Einsetzen von D = 5. Es folgt daraus T = 0.

$$\begin{array}{cccccc} D & O & N & A & L & D \\ 5 & & & & & 5 \\ G & E & R & A & L & D \\ & & & & & 5 \\ \hline R & O & B & E & R & T \\ & & & & & 0 \end{array}$$

2. Nimmt man an, daß in der 5. Spalte (von rechts) kein Übertrag aus der vorangegangenen Spalte besteht, dann müßte E Null werden; das geht nicht, da T bereits Null ist. Dann bleibt der Fall, daß der Übertrag 1 besteht, und dann muß E = 9 sein.

D	O	N	A	L	D
5					5
G	E	R	A	L	D
	9				5
R	O	B	E	R	T
			9		0

3. Dann ist A = 4.

D	O	N	A	L	D
5			4		5
G	E	R	A	L	D
	9		4		5
R	O	B	E	R	T
			9		0

4. Betrachten wir L + L. Es gibt einen Übertrag von 5 + 5 und einen von L + L. Folglich: L≥5. 5 und 9 sind vergeben, folglich: L = 6,7 oder 8. Falls L = 6, so R = 3; wegen 5 + G = R gilt: R≥ 7, R≠ 3. Falls L = 7, so R = 5, aber 5 ist schon vergeben. Folglich: L = 8, daraus R = 7.

D	O	N	A	L	D
5			4	8	5
G	E	R	A	L	D
	9	7	4	8	5
R	O	B	E	R	T
7			9	7	0

5. Nach dem Vorhergehenden (Schritt 2) muß sich aus N + 7 ein Übertrag ergeben, daraus folgt: N≥3; da aber B≠0: N 3.
Es bleibt dann für N nur noch die 6 übrig. Damit ergibt sich in der entsprechenden Spalte, da 6 + 7 = 13: B = 3.

D	O	N	A	L	D
5		6	4	8	5
G	E	R	A	L	D
	9	7	4	8	5
R	O	B	E	R	T
7		3	9	7	0

6. Es sind nur noch die Ziffern 1 und 2 zu vergeben. Das Einsetzen von O= 1 würde für G dann ebenfalls 1 erbringen, es bleibt also nur O = 2. Dann bleibt als einzige Möglichkeit für G noch G = 1, und die Lösung ist

5	2	6	4	8	5
1	9	7	4	8	5
7	2	3	9	7	0

An diesem Beispiel läßt sich leicht verdeutlichen, was ich als die beiden Grundkomponenten des problemlösenden Denkens bezeichne. Dies ist zum einen das Probieren. Es kommt in dem Beispiel mehrfach vor, sehr deutlich im 4. Schritt. Hier hat der betreffende Problemlöser die Erkenntnis, daß für L nur die drei Ziffern 6, 7 oder 8 infragekommen, und er probiert sie einfach der Reihe nach durch und erhält so das sichere Ergebnis $L = 8$. Das Probieren ist — zusammen mit gewissen routinemäßigen Operationen wie der, daß man zwei sich ergebende Ziffern in einer Spalte zusammenzählt — die elementarste Denkhandlung. Natürlich gehört sie zum Denkprozeß dazu; betrachtet man das Denken aber etwas spezieller als spezifisch menschliche Fähigkeit, so könnte man auch sagen, daß das Probieren kein Denken im engeren Sinne darstellt; denn es ist — wie auch die anderen routinemäßigen Operationen — nichts, was über die im Problem explizit vorgegebenen Handlungsanweisungen hinausgeht.

Als eigentliche Leistung des Denkens imponiert dagegen die andere Komponente, die schlußfolgernde Vorgehensweise, bei der aus den vorliegenden Informationen zielgerichtet, also mit relativer Sicherheit ein (Teil-)Ergebnis erreicht wird. So wird im ersten Teil von Schritt 4 zielsicher durch eine korrekte Schlußfolgerung die Einsicht erreicht, daß L nur 6, 7 oder 8 werden kann. Ebenso ist der 5. Schritt eine Schlußfolgerung. Für den Lösungsweg insgesamt ist zu sagen, daß hier relativ viel probiert wird. Nehmen wir noch einmal den 4. Schritt! Daß $L = 8$, läßt sich auch kürzer auf folgende Weise ermitteln (a.a.O., nach Protokoll II): Aus $5 + G = R$ ergibt sich: R 5; außerdem muß R ungerade sein, so daß, da die 9 schon vergeben ist: $R > 7$; berücksichtigend, daß L + L 10 übersteigen muß: $L = 8$. Zur Kennzeichnung dieser zweiten Komponente des problemlösenden Denkens will ich hier ausschließlich den Begriff „Schlußfolgern" verwenden, wobei dieses als psychologischer Vorgang von dem entsprechenden logischen Vorgang unterschieden sein soll, den ich ausschließlich mit „Deduktion" bezeichne.

Probieren und Schlußfolgern treten im Denkprozeß nicht einfach hintereinander oder nebeneinander auf, mal das eine, mal das andere, sondern bringen den Denkprozeß dadurch voran, daß sie in einem jeweils bestimmten Verhältnis zueinander wirken. Im Schritt 4 des obigen Beispiels haben wir z.B . das Verhältnis, daß durch Schlußfolgern die Sachlage so weit zugespitzt wird, bis nur noch wenige Alternativen bleiben, über die dann leicht durch Probieren entschieden werden kann. Das umgekehrte Verhältnis dürfte in Schritt 2 vorliegen. Zwar ist — vom Wortlaut her gesehen — dieser Schritt nichts anderes als eine Schlußfolgerung; jedoch: warum beginnt die Versuchtsperson gerade bei Spalte 5? Vermutlich wird sie dazu nicht durch eine explizite Überlegung geleitet, sondern durch ein gewisses „Gefühl" oder eine Art „Erfahrung". Und hierin liegt zugleich die Komponente des Probierens, denn es ist ja nicht von vornherein klar, daß das Schlußfolgern an dieser Spalte zum Erfolg führen wird. Hier würde also das Probieren eine richtende Funktion haben, indem es darüber entscheidet, wo das Schlußfolgern anzusetzen habe.

Aber das erklärt noch nicht alles, denn es bleibt die Frage, warum Erfahrung, Ahnung oder Gefühl die Versuchsperson gerade auf diese und keine andere Spalte lenkten. Vom Ansatz der Informationsverarbeitung (s. Newell/Simon 1972) würde hierauf etwa die Antwort gegeben, daß die Versuchsperson über eine Art Metaregel verfüge, die besagt, daß Spalten, in denen zweimal derselbe Buchstabe vorkommt, am leichtesten lösbar sind (und man könnte dann eine noch höhere stehende Regel annehmen, nach der zuerst bei den am leichtesten lösbaren Spalten zu beginnen sei). Aber diese Erklätung ist nicht unmittelbar psychologisch, sie gibt vielmehr eine dem empirischen Denkprozeß unterliegende Logik oder Struktur an — ein Thema, das in diesem Artikel noch ausführlich behandelt werden soll. An dieser Stelle soll nur festgehalten werden, daß auf psychologischer Ebene im Denkprozeß offenbar ein das Verhältnis von Schlußfolgern und Probieren vermittelndes Phänomen wirksam ist, das selbst weder explizit Schlußfolgern noch Probieren, sondern ein auf der phänomenalen Ebene nicht problembezogen näher bestimmbarer Vorgang zu sein scheint: das Gefühl, Gespür o.ä., das die groben Richtlinien für das denkende Vorgehen bestimmt. Offenbar ist hier ein Punkt, wo die Emotionalität in das Denken eingreift, und zwar in seinen *inneren* Mechnismus, nicht nur als motivationaler Auslöser; wenn ich also das problemlösende Denken als Produkt von Probieren und Schlußfolgern auffasse, so geschieht dies unter der Abstraktion, das Denken als rein kognitives Geschehen zu untersuchen.

Da das Probieren in der Literatur auch als trial-and-error-Vorgehen oder mithilfe mehr objektiv-logischer oder an der Computertechnik orientierter Termini (Newell/Simon: generate-and-test-Methode) beschrieben wird, ist eine präzisierende Bemerkung angebracht. Der Begriff „Probieren" ist, dem Ansatz der Kritischen Psychologie entsprechend, als Kategorie in seiner *menschlichen Spezifik* gefaßt. Obwohl das Probieren als Operation wie gesagt der elementarste Denkvorgang ist (da er der Vorgabe des Problems nicht hinzufügt), so setzt es dennoch voraus, daß das Problem nicht nur als Rahmen des Denkens einfach existiert, sondern vom Problemlöser als gedankliche Struktur realisiert sein muß.

Das genauere Verhältnis von Probieren und Schlußfolgern soll hier nicht weiter behandelt werden. Wichtig ist für uns nur der Sachverhalt, daß in dem Maße, als nicht probierend, sondern (korrekt) schlußfolgernd vorgegangen wird, der Denkprozeß geradliniger, weniger mit Umwegen und Sackgassen verläuft, also kürzer und damit ökonomischer ist. Dieser ökonomische Effekt läßt sich noch verdeutlichen, wenn wir die beiden

Komponenten gedanklich ,,verlängern'': Die angeführte kryptoarithmetische Aufgabe ist nämlich durchaus auch *rein schlußfolgernd*, also ohne jegliches explizite Probieren lösbar. Man braucht dann 6 oder 7 elementare Schritte zur Lösung. Andererseits ist die DONALD-Aufgabe aber auch durch *reines Probieren* lösbar: man kommt dadurch zum richtigen Ergebnis, daß man beispielsweise mit L = 1 beginnt, womit sich sofort R = 2 ergibt; dann nehmen wir A = 2 hinzu, und so weiter bis sich L = 1 als falsch erweist; darauf wird L = 2 versucht usw. Diese Methode, deren Darstellung mehrere Seiten füllen würde, ist zwar mühsam und langweilig, führt aber doch mit Sicherheit zur Lösung. Wäre hier Raum und Muße, beide extreme Lösungsarten vorzuführen, so würde der durch das Schlußfolgern erreichte Ersparniseffekt sehr sinnfällig sichtbar.

Die gedankliche ,,Verlängerung'' der Komponenten Schlußfolgern und Probieren auf sozusagen ihr Erscheinen in Reinkultur hin geht schon über die Betrachtung des empirischen Denkprozesses hinaus. Denn ein *reines* Probieren dürfte tatsächlich so gut wie nie zu beobachten sein. Zum einen deswegen, weil schon das Kind (etwa ab dem Ende der sensumotorischen Stufe im Sinne von Piaget) hinter sein erreichtes Niveau zurückfallen würde, wenn es rein probierend an ein Problem heranginge. Zum andern, weil — wie vorher gezeigt wurde — der Probiervorgang selbst schon gewissen latenten durch ,,Erfahrung'' entstehende und sich über Gefühl oder Ahnung realisierenden Strukturierungen folgt. Aber auch ein *reines* Schlußfolgern dürfte es empirisch beim Problemlösen nicht geben, weil — wie aus dem eben genannten Beispiel ebenfalls hervorgeht — das Schlußfolgern selbst durch eine Art Metaregeln gesteuert werden muß; wenn der Problemlöser jedoch über eine Vorgehensweise (Algorithmus) verfügt, die ihm sämtliche Schritte, also auch etwa die Entscheidung, an welcher Stelle mit dem Schlußfolgern zu beginnen sei, mit methodischer Sicherheit an die Hand gibt, dann handelt es sich für diesen Problemlöser im Grunde nicht mehr um ein Problem, sondern um eine Routineaufgabe wie etwa mechanisch durchführbare Rechenaufgaben (zur Unterscheidung von Problem und Routineaufgabe s. Seidel 1976). Problemlösen als reines Schlußfolgern oder als reines Probieren ist somit bereits Gegenstand der überindividuell-objektiven Ebene des Denkens, die zu behandeln wir uns als nächstes vorgenommen hatten. Dabei soll zur schärferen terminologischen Unterscheidung nun nicht mehr von ,,Schlußfolgern'', sondern von ,,Deduktion'' gesprochen werden. Streng genommen müßte auch für ,,Probieren'' ein neuer Terminus gewählt werden, darauf verzichte ich aber, da doch auf beiden Ebenen im Grunde dasselbe stattfindet, nämlich die Realisierung der bereits vorgegebenen Problemstruktur.

3. Untersuchung auf der objektiv-logischen Ebene: Die ökonomische Wirkung der Deduktion

Wenn wir mit dem Übergang zur Ebene der Logik den Problemlösungsprozeß als reines Probieren einerseits und als reines Deduzieren andererseits untersuchen, so ist der Denkprozeß vollständig in diese beiden Komponenten aufgelöst. Damit ist natürlich auch das im empirischen Denkvorgang die Vermittlung von Schlußfolgern und Probieren leistende ,,Gefühl'' verschwunden. Die Grundidee der Untersuchung hier besteht darin, für ein bestimmtes Problem ein rein probierendes und ein rein auf Deduktion beruhendes Lösungsverfahren auszuarbeiten und diese beiden zu vergleichen.
den zu vergleichen.

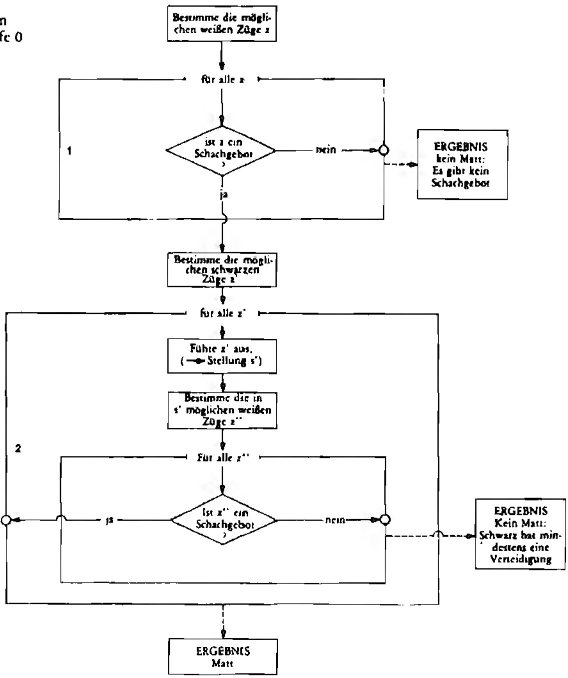
Als Problem habe ich eine einfache Schachaufgabe ausgewählt. Das Schachspiel hat für logische und psychologische Untersuchungen nicht nur den Vorteil, daß es das komplexeste der bisher in der Psychologie des Problemlösens und in der ,,Künstlichen Intelligenz'' untersuchten Probleme ist, sondern auch den, daß es als historisch gewachsene geistige Betätigung einen weniger künstlichen Charakter besitzt als die sonst meist verwendeten Probleme. Da das Schach außerdem einen populären Kulturbestandteil darstellt, kann ich bei den meisten Lesern wohl eine elementare Kenntnis der Regeln des Schachs voraussetzen — mehr ist zum Verständnis des Folgenden nicht nötig. Die Aufgabe besteht einfach darin, für vorgelegte Schachstellungen zu entscheiden, ob diese eine Mattstellung sind oder nicht. Für den Schachspieler mag diese Aufgabe allzu einfach erscheinen, es wird sich aber zeigen, daß sie in logischer und psychologischer Hinsicht keineswegs so einfach ist. Ich habe für diese Aufgabe ein probierendes und ein deduktives Verfahren entwickelt und jeweils als Computerprogramm ausformuliert und dann einen Satz geeigneter Schachstellungen durch beide Programme auf einer Rechenanlage bearbeiten lassen.

3.1 Das Probierverfahren (Stufe 0)

Ist ein Problem hinreichend vorstrukturiert und ausformuliert, so ist das Probieren durch zwei Vorgänge festgelegt, die man als elementare Probierhandlungen bezeichnen könnte: (a) das Ausführen einer zulässigen Operation (oder Operationenkette) und (b) das Überprüfen eines dadurch erreichten Problemzustandes, ob er einen Zielzustand darstellt oder nicht. Das systematische Ausführen aller überhaupt möglichen Operationenketten ergibt den ,,elementaren Problemraum''.

Beim Schach bestehen die elementaren Probierhandlungen aus den beiden Vorgängen (a) Bestimmen bzw. Ausführen eines erlaubten Zuges und (b) Überprüfen, ob einer der Könige geschlagen werden kann. Das Probierverfahren in seinem grundsätzlichen Ablauf ergibt sich fast von selbst aus der Definition der Mattstellung im Schachspiel. Danach ist eine Partei mattgesetzt, wenn ihrem König vom Gegner Schach geboten wird und sie keine Möglichkeit mehr hat, den Angriff auf ihren König abzuwehren. Etwas genauer: eine Mattstellung liegt vor (wobei wir uns hier wie auch im Folgenden auf den speziellen Fall beschränken, daß es die Partei der schwarzen Steine sei, die mattgesetzt werden soll), wenn 1. der schwarze König im Schach steht (von Weiß angegriffen ist), 2. alle in dieser Stellung möglichen schwarzen Züge zu einer Stellung führen würden, in der der schwarze König wiederum im Schach steht. Wir müssen jetzt nur noch präzisieren, was es heißt, daß ein Schachgebot (Angriff) gegen den schwarzen König besteht: dies ist genau dann der Fall, wenn es mindestens einen Zug von Weiß gibt, mit dem der schwarze König geschlagen werden könnte. Damit können wir zu dem in Abb. 1 dargestellten Flußdiagramm übergehen, das die Grundzüge des Probierverfahrens (Programm „Stufe 0") aufzeigt, wobei aus Darstellungsgründen eine Vereinfachung vorgenommen wurde.

Abb. 1: Flußdiagramm für das Programm Stufe 0 (vereinfacht)



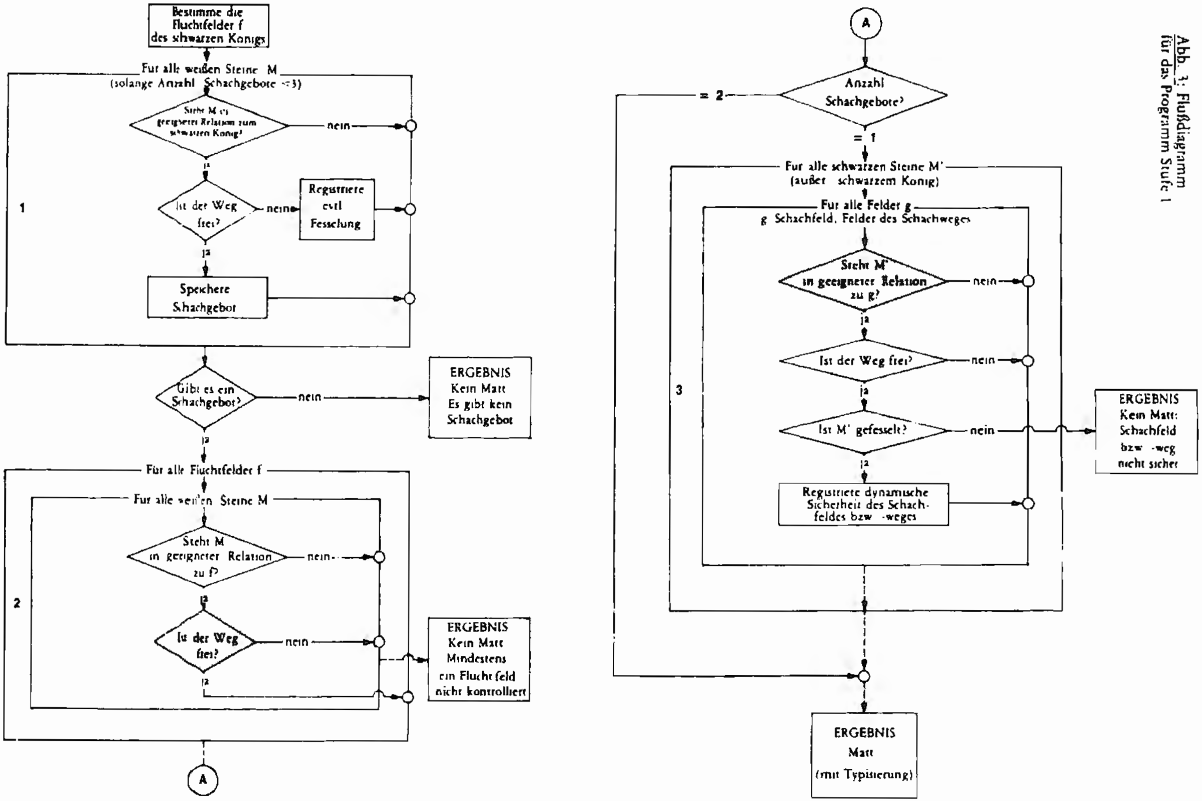
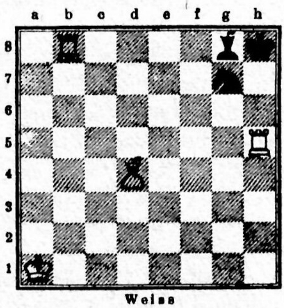


Abb. 3: Flußdiagramm für das Programm Stufe 1

Die Symbolik der Flußdiagramme dürfte aus sich heraus verständlich sein; die gestrichelten Linien, die von den Schleifen wegführen, sollen den Fall anzeigen, daß die jeweilige Schleife vollständig, d.h. für ihren gesamten, am Kopf der Schleife immer angegebenen Wertebereich, durchlaufen wurde. Das Nähere läßt sich am besten gleich anhand eines Stellungsbeispiels (s. Abb. 2) erkären.

Abbildung 2



Beginnen wir mit Schleife 1, der z-Schleife des Flußdiagramms! Wenn die möglichen weißen Züge z nach den entsprechenden (weißen) Steinen angeordnet sind und die Steine zeilenweise bearbeitet werden, so beginnt das Programm mit den Zügen des weißen Königs. Die jeweilige Prüfung (die Prüfung, ob dieser Zug den schwarzen König schlagen würde) fällt für alle 3 möglichen Züge des weißen Königs negativ aus, so daß zum weißen Läufer auf d4 übergegangen wird, wobei sich ebenfalls kein Schachgebot ergibt. Erst bei dem Turm auf h5 wird dann ein Schachgebot entdeckt, worauf die z-Schleife verlassen wird. Nach der Bestimmung (und Speicherung) der in der vorgegebenen Stellung möglichen schwarzen Züge tritt das Programm in die zweite, die z'-Schleife ein. Diesmal werden die Züge nicht geprüft, sondern ausgeführt, womit eine neue Stellung s' erzeugt wird. Für diese neue Stellung läuft nun im Prinzip das gleiche ab, wie bei der ersten Schleife: es wird mittels Durchmusterung aller weißen Züge (z'') geprüft, ob es mindestens einen Zug gibt, so daß der schwarze König geschlagen werden kann. Nehmen wir an, der erste schwarze Zug z' sei der Zug Sg7-e8. Nach Ausführung dieses Zuges werden nun zunächst wieder die Züge des weißen Königs geprüft. Diesmal wird das Programm bereits bei den Zügen des weißen Läufers ein Schachgebot entdecken, und die z''-Schleife wird (im Flußdiagramm nach links gehend) verlassen, um wieder in die äußere, die z'-Schleife einzutreten. Die Züge des schwarzen Springers ergeben alle das gleiche Resultat, und das Programm gelangt zu den Zügen des schwarzen Läufers. Nehmen wir hier den Zug Lg8-h7, der ja das zunächst bestehende Schachgebot beseitigt. Hier muß die Prüfung der Züge z'' bis zu den Zügen des weißen Turms auf b8 fortgesetzt werden, bis entdeckt wird, daß immer noch ein Schachgebot besteht. Nach dem einen möglichen Zug des schwarzen Königs ist dann die z'-Schleife beendet und wird (gestrichelte Linie) verlassen mit dem Ergebnis ,,Matt''.

Diese Ausführungen dürften ausreichen, um den grundsätzlichen Aufbau des Programms zu verstehen. Ds Programm arbeitet zwar mit mehreren, unterschiedlichen Vorgängen wie der zwischenzeitlichen Abspeicherung der möglichen Züge, der Ineinanderschachtelung von Schleifen , der ökonomischen Abarbeitung aufeinanderfolgender Operationen u.a.m. — man könnte dies alles Rahmen- oder Verwaltungstätigkeiten bezeichnen —, den eigentlichen Kern des Ganzen bildet aber schlicht das ,,Probieren'', dies sind — wie gesagt — die mit den Schachregeln bereits explizit vorgegebenen Operationen (a) des Erzeugens von Zügen und (b) der am Schluß einer Variante erfolgenden Prüfung, ob der schwarze König bedroht ist.

3.2 Deduktives Verfahren (Stufe 1)

Gegenüber den vorher verwendeten ,,kryptoarithmetischen'' Aufgaben bringt unsere Schachaufgabe eine bedeutende Schwierigkeit mit sich: während die bei der kryptoarithmetischen Aufgabe auftretenden Schlußfolgerungen ohne weiteres einsehbar sind und, gestützt auf elementare Arithmetik, auch streng beweisbar wären, so besitzen wir für Probleme wie das Schachspiel keine solche Basis für ein deduktives Vorgehen. Man müßte zur Analyse solcher Probleme über so etwas wie eine Logik des Problemlösens oder Theorie abgeschlossener Probleme verfügen. 1977 habe ich hierfür einen ersten Ansatz vorgelegt. Dessen Grundidee ist ein Verfahren, das ich als ,,Methode der abstrakten Rückwärtsentwicklung'' bezeichne: man beginnt bei einer präzisen und geeigneten Beschreibung der Menge der Zielzustände (beim Schach ist dies die Menge der Stellungen, in der eine Partei keinen König mehr hat), und fragt nun, mittels welcher Operationen können die Zielzustände erzeugt werden. Hat man die dazu geeigneten Operationen isoliert, so kann man die Menge derjenigen Problemzustände genau bestimmen, die den Zielzuständen vorangehen. Nun fragt man weiter: durch welche Operationen kann die jetzt erreichte Menge von Problemzuständen erzeugt werden, und gewinnt so die Menge der Vorgänger der Vorgänger der Zielzustände usw.

Auf diese Weise habe ich nun für das Schach die Menge der Mattstellungen exakt hergeleitet, und diese Mengenbeschreibung gibt die Grundlage für das deduktive Verfahren ab. Eine Mattstellung liegt danach genau dann vor, wenn die folgenden Kriterien erfülllt sind. (1) Bestehen eines Schachgebots, (2) Kontrolle der Fluchtfelder, (3) Sicherheit des Schachfeldes, (4) Sicherheit des Schachwegs, wobei im Falle, daß genau ein Schachgebot vorliegt, alle 4 Kriterien, im Falle eines Doppelschachs nur die beiden ersten Kriterien gelten.

Ich werde im Folgenden die Ableitung dieser Kriterien nur ganz grob skizzieren, wobei es für den hiesigen Zweck auch ausreicht, wenn das prinzipielle Ableitungsvorgehen und die wichtigsten Zwischenschritte deutlich werden. (Die genaue Ableitung der Mattstellung ist relativ umfangreich, ich beabsichtige sie demnächst innerhalb einer Monographie zum Schachspiel darzulegen). Zur Veranschaulichung beziehen wir uns immer wieder auf die Schachstellungen der Abb. 2 und das Flußdiagramm Abb. 3.

(1) *Bestehen eines Schachgebots.* Das Bestehen eines Schachgebots (hier: gegen den schwarzen König) ist unmittelbar durch die Spielregeln gefordert und wurde daher schon beim Probierverfahren zugrundegelegt. Die Art und Weise, wie dieses Kriterium aber überprüft wird, ist beim deduktiven Verfahren aber eine ganz andere. Vollzieht man das mühselige Vorgehen des Probierverfahrens nach, wie es auf beschrieben wurde, so drängt sich einem leicht eine kürzere Methode auf: warum soll z.B. der weiße Läufer im Stellungsdiagramm der Abb. 2 in *allen* Richtungen marschieren, um festzustellen, ob er Schach gibt, man „sieht" doch mit einem Blick die Richtung, die überhaupt nur in Frage kommt, eben die Richtung nach rechts oben, wo das Angriffsobjekt steht. In der Tat ergibt die theoretische Ableitung genau dies, daß man nicht vom Standort des Läufers allein ausgeht, sondern von beiden Feldern zugleich, also vom Standfeld des Läufers d4, wie auch dem des schwarzen Königs, h8, und zwar indem ein Vektor als Differenz der Koordinaten der beiden Felder berechnet wird. Es ergeben sich dann zwei Bedingungen, die erfüllt sein müssen, wenn ein Schachgebot — bzw. allgemeiner: ein Angriff — vorliegen soll: (a) Der Vektor (zwischen dem zu prüfenden weißen Stein M und dem Standfeld des schwarzen Königs) muß — in Abhängigkeit von M — einer bestimmten Art angehören, im Falle des Läufers z.B. muß dieser Vektor als „diagonal" klassifiziert sein. Bedingung (a) drücke ich so aus, daß die beiden Felder „in geeigneter Relation" stehen. (b) Die Felder „zwischen" dem schachbietenden Stein (M) und dem schwarzen König — ich bezeichne sie allgemein als „Weg" — müssen unbesetzt

sein. Bedingung (b) drücke ich so aus, daß der Weg „frei" sein muß (wobei diese Bedingung automatisch als erfüllt gilt, wenn sich zwischen den beiden Steinen gar kein Feld befindet). Wie man sieht, ist in der Beispielstellung Bedingung (b) für den weißen Läufer nicht erfüllt, für den weißen Trum auf h5 dagegen erfüllt. Für ein bestehendes Schachgebot wird dann der Begriff „Schachweg" gebraucht, das Standfeld des schachbietenden Steins heißt „Schachfeld".

Wie das Flußdiagramm der Abb. 3 zeigt, wird Kriterium (1) mittels einer Schleife über die weißen Steine, Schleife 1, abgeprüft. In dieser ersten Schleife wird zugleich auch noch der für später wichtige Sachverhalt untersucht, ob schwarze Steine „gefesselt" sind (ein Stein wird im Schach als gefesselt bezeichnet, wenn sein Wegziehen den eigenen König einem gegnerischen Angriff preisgeben würde).

Im Unterschied zu dem ersten Kriterium sind die drei übrigen Kriterien nicht unmittelbar in den Regeln gefordert, sondern folgen aus deduktiven Überlegungen. Um den Grundgedanken ihrer Ableitung zu verstehen, betrachten wir noch einmal das Probierverfahren, also das Flußdiagramm der Abb. 1! Dessen Schleife 2 ist dazu da, *alle* schwarzen Züge auf ihre Konsequenzen hin zu untersuchen. Man kann sich nun leicht klarmachen, daß es gar nicht notwendig ist, alle schwarzen Züge anzusehen, sondern nur diejenigen, die das bestehende Schachgebot beseitigen würden, in der im Schach üblichen Ausdrucksweise: nur die Verteidigungen gegen das Schachgebot; denn Züge, die nicht Verteidigungen gegen die vorliegende Drohung (= das Schachgebot) darstellen, verlieren auf jeden Fall. Es läßt sich in meinem Ansatz exakt nachweisen — was einem geübteren Schachspieler intuitiv bekannt ist —, daß es genau drei Arten von Verteidigungen gegen ein Schachgebot gibt: (a) Der angegriffene König verläßt sein Standfeld, er betritt ein „Fluchtfeld", d.h. ein ihm von seiner Bewegungsdefinition her zugängliches Feld, in unserem Beispiel gibt es gerade ein solches Feld, das Feld h7. (b) Schwarz schlägt den angreifenden weißen Stein — ich bezeichne diesen als „Schachstein" (hier der Turm auf h5). (c) Schwarz setzt einen Stein zwischen Schachstein und den schwarzen König, betritt also ein Feld des Schachweges, sofern ein solches existiert (hier gibt es zwei solcher Felder, h6 und h7). Aus diesen drei Verteidigungsarten ergeben sich die weiteren drei Kriterien der Mattstellung.

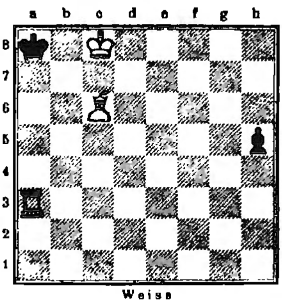
(2) *Kontrolle der Fluchtfelder.* Aus der Möglichkeit der Verteidigungsart (a) läßt sich — ganz grob — die Schlußfolgerung ziehen: Wenn ein evtl. möglicher Zug des schwarzen Königs dazu führen soll, daß nach seiner Ausführung immer noch ein Schachgebot gegen den schwarzen König besteht, so muß Weiß das entsprechende Fluchtfeld kontrollieren. Diese Bedingung wird in Schleife 2 (Abb. 3) geprüft: es werden alle Fluchtfelder (die schon ganz zu Anfang des Programms registriert wur-

den) daraufhin befragt, ob es mindestens einen weißen Stein gibt, in dessen Kontrolle sie liegen (wobei das Vorliegen von Felderkontrolle nach dem gleichen Muster festgestellt wird wie das Vorliegen eines Schachgebots bei (1). In unserem Beispiel ist Kriterium (2) dadurch erfüllt, daß der weiße Turm auf h5 das einzige Fluchtfeld, h7, beherrscht.

(3) *Sicherheit des Schachfeldes.* Aufgrund der möglichen Verteidigungsart (c), dem Schlagen des Schachsteins, ergibt sich zunächst das Kriterium, daß es keinen schwarzen Stein geben darf, der den schachbietenden weißen Stein schlagen könnte. Ich spreche in diesem Fall davon, daß das ,,Schachfeld sicher'' ist. Die genaue Ableitung ergibt aber, daß es auch im Falle, daß Schwarz den Schachstein schlagen kann, noch eine Möglichkeit für das Bestehen eines Matts gibt, und dies ist der Fall, wenn der entsprechende schwarze Stein gefesselt ist. Ich bezeichne diesen Fall dann als ,,dynamische'' Sicherheit des Schachfeldes. In der Beispielstellung ist eine dynamische Sicherheit des Schachfeldes gegeben: der schwarze Springer könnte eigentlich den Schachstein (weißer Turm h5) schlagen, er ist jedoch durch den Läufer d4 gefesselt. Denken wir uns den Springer und den weißen Läufer weg, so liegt die unmittelbare Sicherheit des Schachfeldes vor.

(4) *Sicherheit des Schachwegs.* Dieses Kriterium entspricht ganz dem vorangegangenen und dürfte daher ohne weitere Erläuterung verständlich sein. Die beiden Kriterien der ,,Sicherheit'' des Schachgebots'', (3) und (4), können in einem Arbeitsgang, d.h. in einer Schleife zusammen abgearbeitet werden, s. Schleife 3 des Flußdiagramms! Die vorangegangenen Überlegungen ergeben sich, wenn vorausgesetzt wird, daß genau ein Schachgebot besteht. Betrachten wir dagegen das Stellungsdiagramm Abb. 4, wo ein doppeltes Schachgebot vorliegt: sowohl der weiße Turm als auch der weiße Läufer bieten Schach.

Abbildung 4



Nun läßt sich leicht beweisen, daß im Falle eines Doppelschachs prinzipiell nur Verteidigungsart (a) (Flucht des angegriffenen Königs) angewendet werden kann (ich will nur einen Schritt des Beweises nennen: man kann zeigen, daß es keinen Zug gibt, vermittels dessen zwei voll verschiedene Wege zugleich besetzt werden können; ebenso gibt es keinen Zug, mithilfe dessen man einen Weg besetzen und zugleich einen Stein schlagen kann, der nicht auf diesem Weg steht). Daher wird hinter Schleife 2 (Flußdiagramm Abb. 3) abgefragt, wieviele Schachgebote vorliegen,und (s. den entsprechenden ,,Umgehungspfeil'') falls ein Doppelschach vorliegt, kann man die gesamte Schleife 3 ,,sparen''. Da sich auf ähnliche Weise auch noch zeigen läßt, daß es nie drei oder mehr Schachgebote gleichzeitig geben kann, sind alle möglichen Fälle von Schachgebot damit erschöpft.

Aufgrund der Erkenntnis, daß es nie mehr als ein Doppelschach geben kann, läßt sich noch eine weitere Ersparnis gewinnen: Wie im Kopf von Schleife 1 vermerkt ist, kann sie vorzeitig verlassen werden, sobald 2 Schachgebote gefunden sind, wodurch man die Überprüfung der evtl. noch verbliebenen weißen Steine unterlassen kann.

Die Struktur des deduktiven Verfahrens (Stufe 1) wird nachher näher zur Sprache kommen. Für den Augenblick ist nur etwas zu seiner Gesamtcharakteristik zu sagen: Und zwar tauchen an keiner Stelle dieses Programms mehr die ursprünglichen Probieroperationen auf: es werden nirgendwo mehr Züge generiert und ausgeführt, noch wird in der früheren Form abgefragt, ob der schwarze König bedroht ist. Die ursprünglichen Probieroperationen sind durch mehr oder minder davon verschiedenartige Äquivalente ersetzt. Wir haben damit auch eine erste, präzisierende Definition, was ,,deduktive Problemlösung'' bedeutet: Eine Problemlösung ist (rein oder vollständig) deduktiv, wenn sie probierfrei ist bezüglich der mit der ursprünglichen Problemformulierung vorgegebenen Probieroperationen.

3.3 Messung des ökonomischen Effekts

3.3.1 Methodik

Ich fasse noch einmal das Prinzip dieser Untersuchung zusammen. Um die Wirkung der deduktiven Bearbeitung des mit einem Problem vorgegebenen Materials bewerten zu können, nehmen wir als Basis das rein probierende Verfahren. Das Probierverfahren ist diejenige Problemlösung, die von nichts anderem Gebrauch macht, als was mit der Formulierung des Problems bereits explizit vorgegeben ist, es ist also vom Einfluß logischen Denkens noch völlig unberührt. Der Aufwand, den ein rein probierendes Lösens erfordert, ist im Prinzip bestimmt durch die durchschnittlich zur Lösung eines Einzelproblemes benötigte Anzahl der elementaren Probieroperationen oder: die sich daraus ergebende durchschnittliche Lösungszeit.

Wie läßt sich Arbeit oder Leistung messen, wie lassen sich die Produkte vergleichen? In der gegenständlich-materiellen Ökonomie lassen sich Produkte unmittelbar, d.h. anhand ihrer qualitativen (Gebrauchswert-)-Eigenschaften, nur dann vergleichen, wenn es sich um völlig gleichartige Produkte handelt. Sind die Produkte qualitativ verschieden, so können sie objektiv nur nach der zu ihrer Produktion benötigten (durchschnittlichen) Arbeitszeit verglichen oder bemessen werden. Da — wie später noch genauer gezeigt wird — durch die deduktive Problembearbeitung elementare Probierhandlungen erspart werden, bietet sich als erstes an, den ökonomischen Effekt der Logik daran zu messen, wieviele Probierhandlungen durch ihren Eingriff überflüssig werden. Jedoch fallen die Probierhandlungen nicht ersatzlos weg: die deduktive Problemlösung erfordert ihrerseits einen gewissen Aufwand, sie erfordert die Durchführung anderer Operationen, mittels derer erst die ursprünglichen Probierhandlungen erspart werden. Auch hier sind also qualitativ verschiedene Dinge miteinander in Beziehung zu setzen. Die zu vergleichenden Programme müssen also auf eine ihnen gemeinsame abstrakte Größe reduziert werden, und hierzu sehe ich nichts anderes als die Zeit, die die Programme in der Ausführung der ihnen zugedachten Arbeit benötigen. Insofern zeigt sich für die Ökonomie der geistigen Arbeit etwas Ähnliches wie die Wertabstraktion, man vergleiche hierzu die von Marx angeregte Parallelisierung von Logik und Geld (s. Müller 1977). Zur Verdeutlichung ist zu erwähnen, daß es jetzt nur um *den* Zeitaufwand geht, den die bereits fertiggestellten, funktionsfähigen Verfahren (die beiden Programme) in der Bearbeitung der Schachaufgaben benötigen. Im Bereich der materiellen Produktion entsprechen die ausgearbeiteten Programme Werkzeugen oder genauer: Maschinen. Der Aufwand, den ihre Erzeugung kostet, wird hier nicht beachtet, er kommt in Abschnitt 4 zur Sprache.

Die beiden Verfahren sind in der Programmiersprache Algol 60 ausgearbeitet worden; diese hat den Vorteil, den Formulierungen des „natürlichen" Denkens relativ nahe zu sein. Als Datensatz, d.h. als Stichprobe von Schachstellungen, die durch die beiden Programme zu bearbeiten waren, habe ich 52 Stellungen ausgewählt, die „theoretische Repräsentativität" gewährleisten, d.h. daß sie alle — auf dem Wege meines deduktiven Ansatzes für das Schach ermittelten — Arten oder Typen von Mattstellungen bzw. Nicht-Mattstellungen vertreten. Und zwear gibt es danach 8 Typen des Matts mit einfachem Schachgebot und den einen Typ des Matts mit doppeltem Schachgebot, dazu 4 Typen von Nicht-Mattstellungen, die danach unterschieden sind, aus welchem Grund das

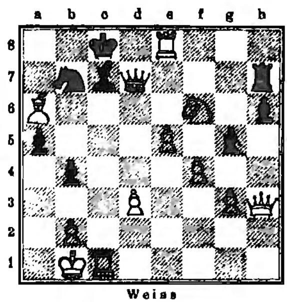
Matt scheitert. Für jeden dieser 9 Typen nahm ich 4 Vertreter. Es sollte weiterhin die Hypothese überprüft werden, daß der ökonomische Effekt sich um so stärker zeigt, je komplexer die Probleme (Schachstellungen) sind. Als groben Indikator der Komplexität nahm ich die Anzahl von Steinen, die in einer Stellung auf dem Brett stehen. Die 4 Vertreter eines Typs wurden daher so gewählt, daß sich darunter jeweils 2 Vertreter mit vielen (20 oder mehr) und 2 Vertreter mit wenigen (8 oder weniger) Steinen befinden.

Die Programme liefen auf der Rechenanlage CD 6500 der Technischen Universität Berlin. Nun wirft die Benutzung der Rechenzeit als Meßvariable einige Schwierigkeiten auf. Daß die Rechenzeit entscheidend von Programmiersprache und Rechenanlage abhängt, ist klar, ist aber für uns völlig unbedeutend, da es nicht auf die absoluten Zeiten, sondern auf den Vergleich der beiden Programme ankommt. Ein gewisses Problem ist jedoch, daß auch die Unterschiede zwischen den Programmen von der gewählten Rechenanlage abhängen können. Daß hierdurch allerdings ein *systematischer* Effekt von der im Ergebnis sich (s.u.) zeigenden Größenordnung ergibt, dürfte sehr unwahrscheinlich sein, zumal ich versucht habe, bei beiden Programmen nach Möglichkeit die gleichen Formulierungsmittel zu benutzen.

3.3.2 Ergebnisse

Um den Einfluß der — geringfügigen — durch den Rechner selbst bedingten Schwankungen in der Rechenzeit auszuschalten, wurden die Programmläufe fünfmal hintereinander ausgeführt und für jede der 52 Schachstellungen das arithmetische Mittel der 5 Zeitmessungen genommen. Zuerst gebe ich noch ein Beispiel. Die in Abb. 5 wiedergegebene Stellung gehört zu dem Datensatz der 52 Stellungen.

Abbildung 5



Das Programm der Stufe 0 benötigte 0.906 sec., um diese Stellung als ,,Matt'' zu beurteilen. Das Programm der Stufe 1 gab nach 0.067 sec. die Klassifikation ,,Einfachschach — es gibt Fluchtfelder — mit Schachweg — Schachfeld dynamisch sicher — Schachweg dynamisch sicher''.

Zu einer ersten Orientierung mögen Angaben über die absolute Rechenzeit dienen, siehe Tabelle 1.

Tab. 1: **Absolute Rechenzeit (Angabe in Sekunden)**

Programm	Durchschnittl. Zeit pro Stellung	Streubreite	
		Minimum	Maximum
Stufe 0	0.506	0.015	1.751
Stufe 1	0.053	0.004	0.135

In diesem Ergebnis zeigt sich die Überlegenheit des deduktiven Programms schon sehr deutlich: Während das Probierprogramm pro Stellung ca. 1/2 Sekunde benötigte, brauchte das Programm der Stufe 1 nur ca. 1/20 Sekunde; dabei geht dieser Unterschied nicht auf Extremwerte bei einzelnen Stellungen zurück, sondern bei jeder der 52 Stellungen einzeln (mit zwei Ausnahmen) war das deduktive Programm schneller.

Zur weiteren Aufklärung des Ersparniseffekts ist die absolute Rechenzeit nicht geeignet, denn sie hängt von der jeweiligen Rechenanlage und der Programmiersprache ab. Interessant ist stattdessen das Verhältnis der Rechenzeiten; so wurde für jede Stellung der Quotient t_0/t_1 (t_0 = Rechenzeit beim Probierprogramm, t_1 = Rechenzeit beim deduktiven Programm) bestimmt. Bevor wir diese Ergebnisse betrachten, ist noch eine Vorüberlegung nötig. Die Schachstellungen sind wie gesagt nach ihrer Komplexität verschieden, und diese sollte grob anhand der Anzahl der in einer Stellung vorhandenen Steine angegeben werden. Es gibt bei den Schachstellungen aber noch eine zweite Art von Komplexität. Dies ist eine Komplexität mehr inhaltlicher, qualitativer Art, und zwar ist es ein Unterschied, ob es sich um eine Mattstellung oder eine Nicht-Mattstellung handelt. Die letzteren sind insofern weniger komplex, als bei ihnen leicht die Möglichkeit eintritt, daß das Ergebnis (,,Kein Matt'') schon sehr frühzeitig feststeht, so daß das Programm nur zu einem geringen Teil überhaupt durchlaufen werden muß. Daher werden die Werte von Mattstellungen und Nicht-Mattstellungen in der folgenden Tabelle 2 getrennt aufgeführt. Innerhalb dieser beiden Gruppen wird dann unterschieden zwischen den Stellungen mit vielen bzw. wenigen Steinen. (Man sieht dort auch, daß die beiden genannten Ausnahmefälle, in denen das Probierprogramm — geringfügig — schneller rechnete, bei den Nicht-Mattstellungen auftraten.)

Tab. 2: Durchschnittliches Verhältnis der Rechenzeiten

		Rechenzeitverhältnis t_0/t_1 ★	
		arithm. Mittel	Streubreite
Mattstellungen (n = 36)	m. vielen Steinen (n = 18)	13.8	5.1 - 24.9
	m.wenigen Steinen (n = 18)	8.7	2.7. - 14.7.
	zusammen	11.3	
Nicht-Matt-stellungen (n = 16)	m. vielen Steinen (n = 8)	6.0	0.6 - 17.0
	m. wenigen Steinen (n = 8)	2.6	0.7 - 4.9
	zusammen	4.3	

★ t_0 = Zeit für probierendes Verfahren; t_1 = Zeit für deduktives Verfahren

Die in der Tabelle mitgeteilten Werte sind jeder für sich genommen, unmittelbar verständlich: für die Mattstellungen mit vielen Steinen beispielsweise ergab sich, daß das deduktive Programm im Durchschnitt der 36 Stellungen 13,8 mal so schnell arbeitete wie das Probierprogramm, und zwar im mindesten Fall 5.1 mal und maximal 24.9 mal so schnell. Darüberhinaus ist der Sachverhalt bedeutsam, daß sich die Quotienten bei den verschiedenen Gruppen von Stellungen in systematischer Weise unterscheiden. So ist bei den Mattstellungen der Ersparnisfaktor bei den komplexeren (vielsteinigen) Stellungen mit 13.8 deutlich höher als bei den weniger komplexen Stellungen, wo er nur 8.7 beträgt. Daß die Ersparnis absolut um so größer wird, je komlexer die Stellung ist, ist klar, denn die Ersparnis an Rechenzeit steigt kumulativ, je mehr gerechnet wird. Durch diese Art des Zuwachses würden aber nicht die Rechenzeit*verhältnisse* verändert. Da sich die Quotienten aber unterscheiden, ist die Hypothese bestätigt, daß mit der Komplexität der zu lösenden Probleme ein (über-verhältnismäßig) stärkerer Ersparniseffekt einhergeht. Eine Erklärung dieser Erscheinung wird sich in der weiteren Diskussion ergeben, darum sei hier auf Abschnitt 4.2 verwiesen.

3.4 Wirkungsweise der deduktiven Problembearbeitung

Wir wenden uns nun der Frage zu, *auf welche Weise* es der deduktiv-logischen Bearbeitung des Problemmaterials gelingt, sparsamer, effektiver Probleme zu lösen. Nach dem Bisherigen läßt sich diese Frage schon spezieller stellen: wodurch gelingt es dem deduktiven Vorgehen, Probiervarianten auszuschalten? Betrachten wir beispielsweise die besprochene Vorgehensweise, wie im deduktiven Programm festgestellt wird, ob ein Schachgebot vorliegt. Beim Probierverfahren werden dazu wie dargestellt *alle* möglichen Züge eines Steines durchgesehen, während das deduktive Verfahren den Begriff der *Richtung* kennt und bei einem Stein von vornherein nur nach möglichen Zügen in Richtung auf den gegnerischen König fragt. Das Abfragen aller übrigen Bewegungsmöglichkeiten eines Steines entfällt. Woher kommt nun diese ,,Einsicht'', daß nur einige Züge eines Steins und nicht alle möglichen infragekommen? Um diese Frage genau zu beantworten, müßten wir uns in den Ableitungszusammenhang der ,,exakten Schachtheorie'' vertiefen, den ich hier nicht im Detail darstellen konnte. Das Wesentliche läßt sich aber wohl aus den folgenden Andeutungen entnehmen. Der Richtungsbegriff ergibt sich daraus, daß die Struktur des Zuges analysiert wird, insbesondere aus der Tatsache, daß jeder Zug beim Schach ein Standfeld und ein Zielfeld hat. Das Zielfeld wird dadurch erreicht, daß die dem Stein zugeordneten Vektoren addiert werden. Da bei einer vorliegenden Stellung das Zielfeld aber vorgegeben ist, kann eine entsprechende Subtraktion vollzogen werden. Es wird hier also eine elementar-arithmetische Operation (Umkehrung von Addition zur Subtraktion) benutzt, die sich — und das ist das Wichtige — auf den Zug schlechthin, also auf die *Gesamtheit* möglicher Züge im Schach bezieht. Auf Grund dieser der einzelnen Problemlösung vorausgehenden Vorüberlegung kann — bildlich gesprochen — dem Läufer in Abb. 2, bevor er seine Versuche startet, gesagt werden: es müssen lediglich die Züge nach rechts oben versucht werden, dagegen können alle übrigen Züge ausgespart werden, sie würden mit Sicherheit nicht das Gesuchte, ein Schachgebot gegen den schwarzen König, erbringen.

Verallgemeinernd läßt sich demnach der Wirkungsmechanismus der deduktiven Problembearbeitung so charakterisieren: Die ,,naive'', nur mit dem Gegebenen, dem im Problem explizit Vorformulierten, auskommende Problembearbeitung geht unmittelbar ans Werk. Demgegenüber erfolgt beim logisch-deduktiven Vorgehen zunächst eine Vorüberlegung, und zwar *allgemeiner* Art: die Vorarbeit bezieht sich auf das Problemmaterial überhaupt, sie arbeitet mit Allaussagen (im Falle der Schachaufgabe sind dies hauptsächlich Aussagen über die möglichen Züge und deren Verkettung). Die deduktiv-logische Bearbeitung des Problemmaterials kann, da sie nicht sofort ans Problemlösen geht, sondern erst einmal das Universum vorhandener Operationsmöglichkeiten strukturiert, bei der konkreten Problemlösung dann *von vornherein* entscheiden, daß gewisse Varianten garantiert nicht zum Ziel führen werden. Dadurch wird Überflüssiges vermieden, es wird gewissermaßen der direkteste Weg zum Ziel eingeschlagen.

Die ökonomisierende Wirkung des deduktiven Vorgehens läßt sich gut an den Schleifen der Flußdiagramme verdeutlichen. Eine „Schleife" bedeutet, daß die gleichen Operationen so und so oft wiederholt werden. Nehmen wir Schleife 2 des Flußdiagramms für das Probierverfahren (Abb. 1). Diese Schleife ist im deduktiven Verfahren in 2 Schleifen aufgelöst, nämlich die Schleifen 2 und 3 des entsprechenden Flußdiagramms (Abb. 3). Dabei dient Schleife 2 des deduktiven Verfahrens — wie dargelegt — der Überprüfung der Mattstellungsbedingung (2) (Fluchtfeldkontrolle): es werden alle Fluchtfelder daraufhin befragt, ob es mindestens einen weißen Stein gibt, in dessen Beherrschung sie liegen. Damit ist zugleich die innere Schleife von Schleife 2 des Probierverfahrens (z"-Schleife) spezialisiert worden: beim Probierverfahren werden die weißen Züge *schlechthin* abgefragt, während im inneren Teil der Schleife 2 des deduktiven Verfahrens die weißen Steine *nur in der speziellen Hinsicht* untersucht werden, ob sie das jeweilige Fluchtfeld beherrschen.

Allgemeiner gesagt: das Probierverfahren besteht aus relativ wenigen, dafür aber sehr großen, d.h. sehr häufig zu durchlaufenden Schleifen, das deduktive Verfahren hat mehr Schleifen, die aber spezialisierter sind und daher auch nur relativ wenige Durchläufe haben. Da die Schleife ja der Inbegriff der Wiederholung immer der gleichen Operationen ist, bewirkt die deduktive Problembearbeitung also, daß weniger oft das gleiche getan wird, dafür aber differenziertere Operationen ausgeführt werden. Hierin liegt wohl auch eine besondere Erlebnisnuance des ökonomischeren Vorgehens: die Schleife als Wiederholung des immer Gleichen ist langweilig. Eine mehr deduktive Lösung ist differenzierter, daher abwechslungsreicher. So sind in der Mathematik die „eleganten" und auch kurz und sparsam formulierbaren Lösungen immer die größten Anziehungspunkte, ähnlich etwa den überraschenden, kleine, leicht zu übersehende oder sonstwie versteckte Eigenschaften von Stellungen ausnutzenden und zu schnellem Erfolg führenden Kombinationen in Schachpartien. Ästhetische Wirkung von Denkprozessen und ihre Ökonomie dürften also zusammenhängen.

Schließlich soll noch ein weiterer Mechanismus des deduktiven Problembearbeitens aufgezeigt werden. Es ist dies das Vorgehen, daß beim Problembearbeiten *zusätzliche* Überlegungen angestellt werden, d.h. Überlegungen, die im aktuellen Ablauf gar nicht gebraucht werden, die dann *später* aber dazu dienen können, beschleunigt vorzugehen. Ein Beispiel haben wir in dem auf besprochenen Ausnutzen der Information, ob ein Doppelschachgebot vorliegt. Dies zeigt sich im Flußdiagramm des deduktiven Verfahrens (Abb. 3) in dem Umgehungspfeil bei Schleife 3: falls mehr als ein Schachgebot vorliegt, kann sofort Schleife 3 verlassen und zum Ende des Programms gesprungen werden. Voraussetzung ist dabei, daß die Anzahl von Schachgeboten gezählt und gespeichert wird. Diese zusätzliche Arbeit, die beim Probierprogramm ganz entfällt, muß bereits bei Schleife 1 erledigt werden, wo die entsprechende Information noch gar nicht gebraucht wird. Aus der angedeuteten Ableitung dieses Sachverhalts (d.h. der Erkenntnis, daß es gegen ein doppeltes Schachgebot nicht mehr drei, sondern nur noch eine Verteidigungsart gibt), läßt sich auch wieder nachvollziehen, daß die deduktive Problembearbeitung auf Überlegungen über die möglichen Züge überhaupt beruht, also auf Allaussagen über die Operationenmenge.

Vergleicht man die beiden Flußdiagramme global, so sieht man, daß das deduktive Verfahren eine wesentlich reichhaltigere, differenziertere Struktur besitzt. Der Unterschied drückt sich sehr einfach auch in der Länge der geschriebenen Algol-Programme aus: das Probierprogramm benötigt 1344 Worte (ein Wort sind auf dieser Maschine 60 Bit), das deduktive Programm 1856 Worte.

Diese Reichhaltigkeit, in der sich die durch die Deduktion geleistete Durchstrukturierung des Problemmaterials anzeigt, erscheint auch im Resultat der Problembearbeitung: während das Probierprogramm im Großen und Ganzen nur zu der Entscheidung Matt oder nicht Matt kommt, so leistet das deduktive Programm eine Klassifikation der geprüften Stellung. Diese Klassifikation, wovon in Abb. 5 ein Beispiel gegeben wurde, spiegelt unmittelbar, wie man leicht nachvollziehen kann, die einzelnen Schritte bei der Ableitung der Mattstellung wider.

3.5 Grenzen der Ökonomisierung des Denkens durch die Logik: erweitertes deduktives Verfahren (Stufe 2)

Es wurde schon gesagt, daß durch deduktiv-logische Bearbeitung des Problemmaterials zwar einerseits das Überflüssige ausgemacht und weggelassen werden kann, daß andererseits aber neue, qualitativ andere Operationen erforderlich werden. Um dies zu konkretisieren, betrachten wir die vorher behandelte Umgehung von Schleife 3 des Flußdiagramms Abb. 3 im Falle, daß ein doppeltes Schachgebot vorliegt. Genauer als vorher ist festzustellen, daß dazu nicht nur die Schachgebote gezählt werden müssen, der Aufwand ist etwas größer: beim Probierverfahren wird, wie man in Abb. 1 sieht, Schleife 1 verlassen, sobald überhaupt ein Schachgebot gefunden wurde. Beim deduktiven Verfahren muß die Schleife mindestens durchgegangen werden, bis 2 Schachgebote gefunden werden, und das heißt, daß sehr häufig (bei den meisten Stellungen sogar) die Schleife vollständig (also für alle vorhandenen weißen Steine) durchlaufen werden muß.

Die Frage ist natürlich, ob sich der vom deduktiven Verfahren benötigte Mehraufwand denn lohnen muß. Kann es nicht sein, daß die zur Vermeidung von Probieren erforderlichen Operationen selbst aufwendiger sind als die zwar häufiger, aber doch dabei im einzelnen evtl. weniger aufwendigen Probierhandlungen? Bei Problemen mit astronomisch großen Problemräumen, also immens vielen möglichen Varianten, ist ein echter ökonomischer Effekt des deduktiven Vorgehens — falls man überhaupt über ein entsprechendes Verfahren verfügt — von vornherein klar, denn solche Probleme sind ja nicht etwa nur langsam und mühevoll, sondern praktisch überhaupt nicht durch reines Probieren lösbar. Ob sich der ökonomische Effekt aber bei einer so einfachen Aufgabe wie der Bestimmung der Matt-Eigenschaft tatsächlich zeigen würde, mußte hier erst empirisch geprüft werden.

Auf diese Problematik einer Grenze der Effektivität deduktiver Problemlösung kommen wir jetzt noch von einem anderen Aspekt her. Ich hatte zunächst angenommen, daß das sich aus meinem Ansatz einer „exakten Schachtheorie" ergebende, hier vorgestellte deduktive Verfahren in gewisser Weise endgültig sei, denn es war ja gelungen, *rein* deduktiv, also völlig probierfrei vorzugehen. Ich nahm daher an, daß zwar die spezifischen Formulierungsweisen in gewissem Grad willkürlich sind — gewisse Strukturen lassen sich beispielsweise sowohl in der Terminologie von Mengen als auch mittels prädikatenlogischer Ausdrücke formulieren —, daß sie aber sich nur der Form, nicht aber dem Gedanken nach unterschieden und so ohne weiteres ineinander überführbar wären. Betrachten wir aber noch einmal das Flußdiagramm des deduktiven Verfahrens in Abb. 3! Es enthält wie gesagt mehrere kleine und spezialisiertere Schleifen anstelle der großen und undifferenzierten Schleifen des Probierprogramms. Aber die Schleifen im deduktiven Programm sind immer noch Wiederholungen der jeweils gleichen Operationen: zwar wird jetzt nicht mehr ein möglicher Zug nach dem andern durchgegangen, sondern etwa die weißen Steine unter einem spezifischen Aspekt, aber es müssen doch wieder systematisch alle weißen Steine durchgemustert werden, bis ggf. ein Stein mit der gewünschten Eigenschaft gefunden wird. In diesem Sinne haftet auch dem deduktiven Verfahren ein gewisser Probiercharakter an, gewissermaßen gibt es jetzt ein Probieren auf höherer Stufe.

In der Tat ließen sich dann auch im deduktiven Verfahren gewisse Vorgehensweisen noch einmal verkürzen durch die Einführung weiterer theoretisch-schlußfolgernder Überlegungen. Nehmen wir als Beispiel Schleife 2 in Abb. 3! Hier wird für jedes Fluchtfeld einzeln untersucht, ob es weiße Steine gibt, die dieses Fluchtfeld beherrschen. Untersucht wird dies jeweils, indem die „Relation" zwischen dem zur Debatte stehenden Fluchtfeld und dem Standfeld des jeweiligen Steins berechnet und klassifiziert wird (im Prinzip so wie es für die Bestimmung von Schachgeboten erläutert wurde). Nun sind die überhaupt möglichen Fluchtfelder des Königs stets in gleicher Weise auf dem Schachbrett angeordnet: sie bilden gewissermaßen einen Ring um das Standfeld des Königs herum. Wegen der durch das (sich ja nicht ändernde) Schachbrett bedingten konstanten Verhältnisse der Fluchtfelder zueinander kann man auch Kriterien ausarbeiten — für jede Art von Schachstein einzeln —, die darüber entscheiden, ob der Stein von seinem gegebenen Standfeld aus *überhaupt* ein Fluchtfeld des gegebenen Königs beherrschen kann und gegebenenfalls welches. Da somit alle Fluchtfelder zugleich in einem Arbeitsgang behandelt werden, spart man die Außenschleife, so daß Schleife 2, die in Abb. 3 eine verschachtelte doppelte Schleife ist, zu einer einfachen Schleife wird. Indem ich ähnliche Überlegungen noch für die Kriterien (3) und (4), also die Sicherheit des Schachfeldes und des Schachweges, durchführte, ergab sich ein neues deduktives Programm, das Programm der Stufe 2. Ich will dieses Verfahren hier nicht weiter darstellen und gleich zu den Ergebnissen kommen. Das Verfahren der Stufe 2 wurde von mir in gleicher Weise programmiert, mit den 52 Schachstellungen gerechnet und ausgewertet wie die beiden ersten Verfahren.

Sehen wir uns die Ergebnisse an. Die absolute Rechenzeit betrug im Durchschnitt 0.035 sec. bei einer Streubreite von 0.012 - 0.778 sec. Dies ist in der Tat noch einmal eine — wenn auch nur geringe — Reduktion der Rechenzeit gegenüber dem Programm der Stufe 1, wobei sich wieder diese Überlegenheit bei fast allen einzelnen Stellungen zeigte (es gab hiervon 4 Ausnahmen). Aufschlußreicher ist wieder die Betrachtung des Verhältnisses der Rechenzeiten. Die folgende Tabelle 3 ist entsprechend der Tabelle 2 aufgebaut, nur daß diesmal das Verhältnis t_1/t_2 (mit t_2 = Rechenzeit beim Programm der Stufe 2) behandelt ist.

Tab. 3: Durchschnittliches Verhältnis der Rechenzeiten im Vergleich der Programme Stufe 1 und Stufe 2

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">Rechenzeitverhältnis t_1/t_2*</td></tr>
<tr><td>arithm. Mittel</td><td>Streubreite</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Mattstellungen (n = 36)</td><td>m. vielen Steinen (n = 18)</td><td>1.5</td><td>1.0 - 2.1</td></tr>
<tr><td>m.wenigen Steinen (n = 18)</td><td>1.2</td><td rowspan="2">1.0 - 2.1</td></tr>
<tr><td>zusammen</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Nicht-Matt-stellungen (n = 16)</td><td>m. vielen Steinen (n = 8)</td><td>1.6</td><td>1.0 - 2.4</td></tr>
<tr><td>m.wenigen Steinen (n = 8)</td><td>1.3</td><td rowspan="2">0.3 - 2.3</td></tr>
<tr><td>zusammen</td><td>1.5</td></tr>
</table>

Der Vergleich mit Tab. 2 ergibt, daß die Ersparnis, die das deduktive Programm der Stufe 2 gegenüber Stufe 1 erbringt, gegenüber der Ersparnis, die von Stufe 1 gegenüber dem Probierprogramm erzielt wurde, nur noch sehr gering ist. Auch sind die Unterschiede im ökonomischen Effekt bei den verschiedenen Arten von Problemen (Stellungen) nivelliert. Die negativen Fälle, d.h. die Fälle, in denen das Programm Stufe 2 langsamer ist als das Programm Stufe 1, treten bei den Nicht-Mattstellungen mit wenigen Steinen auf; das sind ja gerade die Stellungen, in denen am wenigsten gefordert wird, weshalb das deduktive Denken die geringste Gelegenheit hat, sich zu bewähren, oder umgekehrt: es sind die Fälle, wo der zur deduktiven Bearbeitung nötige Aufwand sich am ehesten nicht mehr lohnt.

Das Wachstum der durch deduktive Problembearbeitung erreichbaren Ersparnis scheint also negativ beschleunigt zu sein, und es dürfte eine absolute Grenze der Effektivierung von Problemlösungsprozessen durch deduktive Vorgehensweisen geben. Man kann sich gut vorstellen, daß, wenn man die deduktive Bearbeitung noch weiter treiben würde, sich bald ein negativer Effekt einstellen, daß dann also die Rechenzeit sich wieder verlängern würde. In der Tat bestehen bei dem Programm der Stufe 2 noch Möglichkeiten deduktiver Reduktionen. Im Unterschied zum Programm der Stufe 1 sehe ich jetzt auch keine Möglichkeit, festzustellen, daß diese Stufe zu ihrem Ende gebracht wäre. Dies ist deshalb nicht möglich, weil die ,,Probierhandlungen höherer Ordnung'' nicht definiert sind, wogegen ja die elementaren Probieroperationen beim Probierprogramm aufgrund der Problemformulierung absolut festliegen. Man müßte also zunächst einmal in dem deduktiven Verfahren der Stufe 1 definieren, was als Probierhandlung (höherer Stufe) zu betrachten sei; dann allerdings hätte man ein Kriterium für den Abschluß des Verfahrens der Stufe 2: Stufe 2 wäre genau dann voll erreicht, wenn die definierten Probierhandlungen höherer Ordnung völlig vermieden wurden.

Die Wirkmechanismen des ökonomischen Effekts des Verfahrens Stufe 2 sind ähnlich den schon besprochenen. Das Programm ist bei weitem das differenzierteste, es enthält neue Operationen (vor allem auch arithmetische sowie längere kompliziertere logische Ausdrücke) und ist natürlich auch das längste: es umfaßt 3008 Worte, etwa das Eineinhalbfache des Programms der Stufe 1.

4. Zum Verhältnis von Logik und empirischem Denkprozeß

4.1. Effektivierung des indivudellen Denkens durch empirisch erworbene, unvollständige Abbildung objektiv-logischer Problemstrukturen

Wir hatten in Abschnitt 2 das empirische, individuelle Problemlösen behandelt, und es als Produkt aus ,,Schlußfolgern'' und Probieren beschrieben. In Abschnitt 3 ging es dann um die Logik des Problemlösens, die als Produkt aus „Deduktion" und Probieren aufgewiesen wurde. Was die Komponente des Probierens betrifft, so finden wir keinen wesentlichen Unterschied zwischen den subjektiv-psychischen Operationen des Probierens und den entsprechenden Operationen bei objektiv-logischer Problembearbeitung, denn das Probieren besteht seiner Definition nach nur aus der Anwendung der bereits mit der Problemformulierung explizit vorgegebenen Operationen — daher auch die beidemal gleiche Bezeichnung. Eine erste Frage ist demnach, wie sich Schlußfolgern und Deduktion zueinander verhalten.

Sowohl das empirisch-subjektive Problemlösen über das Schlußfolgern als die objektive Problemlösung über die Deduktion sind in ihrer Funktion dadurch gekennzeichnet, daß sie die Problembearbeitung effektiver, ökonomischer machen. Objektive und subjektive Seite des Problemlösens stimmen aber nicht nur in der Funktion, der Wirkung überein, wir finden auch Übereinstimmungen inhaltlicher Art. Ich will dies kurz an den wichtigsten, vorher angeführten Schritten des Ableitungsganges für das deduktive Verfahren bei der Schachaufgabe aufzeigen. (a) Es wurde dargelegt, daß sich bei dem Versuch, das Feststellen eines Schachgebots (bzw. der Felderbeherrschung allgemein) auf deduktive Weise vorzunehmen, sich der Richtungsbegriff (algebraisch als Vektor) ergab, der es gestattete, alle übrigen, nicht in die ggf. erfolgreiche Richtung zielenden Züge von vornherein als untauglich auszuschalten. Psychologisch ist genau das gleiche festzustellen: der Schachspieler blickt nicht nach allen Richtungen, sondern nimmt von vornherein beide Felder (hier also: das Standfeld des fraglichen weißen Steines und das des schwarzen Königs) ins Auge.

Dieser Sachverhalt ist jedermann in der Selbstwahrnehmung zugänglich und auch experimentell nachgewiesen worden (s. Church/Church 1977). (b) Die deduktive Ableitung der Kriterien der Mattstellung zeigte, daß es genau drei Arten der Verteidigung gegen ein bestehendes Schachgebot gibt. Fragt man einen einigermaßen geübten Schachspieler, was gegen ein Schachgebot getan werden könne, so wird er sofort genau diese drei Verteidigungen nennen, ohne daß er sie in der Regel jemals explizit gelernt hätte — auch findet man die drei Verteidigungsarten in der einschlägigen Literatur genannt (z.B. Fischer et al. 1974), ohne daß sie dabei begründet oder abgeleitet würden. (c) Jedem geübteren Schachspieler ist intuitiv völlig klar, daß es maximal ein doppeltes Schachgebot geben kann, nicht aber etwa ein drei- oder mehrfaches. Auch diese Einsicht entspricht genau dem, was die objektiv-logische Analyse erbringt. Würde man hier ins Detail gehen, so ließen sich noch zahlreiche solcher Übereinstimmungen nachweisen. Verallgemeinernd habe ich folgende Hypothese, die allerdings erst mit weiterer Entwicklung einerseits einer objektiven Logik des Problemlösens und andererseits entsprechendem empirischen Material zu befestigen sein wird: Der aktuelle empirische Denkprozeß wird in dem Maße effektiver, wie er sich den Resultaten der objektiven Logik des Problemlösens nähert. Diese Annäherung des empirischen Denkens an die Logik, wie sie hier ansatzweise aufgezeigt wurde, ist eine Übereinstimmung in der Erkenntnis bestimmter Zusammenhänge, also sachlich-inhaltlicher Art: beispielsweise arbeitet sowohl der Schachspieler als auch die exakte Schachtheorie mit der Erkenntnis der drei möglichen Verteidigungen gegen ein Schachgebot. Damit sind wir aber auch an einer Grenze der Übereinstimmung angelangt. Würde man einen Schachspieler, dem die genannten inhaltlichen Zusammenhänge intuitiv völlig klar sind und der auch diesen Einsichten entsprechend denkt, danach fragen diese Sachverhalte zu *beweisen*, so würde er sicher in Verlegenheit kommen. Er würde vermutlich darauf hinweisen, daß er ein dreifaches Schachgebot nicht konstruieren könne und auch überzeugt sein, daß es nicht geht, aber einen strengen Beweis zu liefern, wird ihm vielleicht schon als Aufgabe nicht sehr sinnvoll vorkommen. In der Tat ist — wie gleich zu erörtern sein wird — die Frage nach Beweisen für das *individuelle* Denken nicht sinnvoll und meist auch gar nicht möglich. Dies führt uns nun zum Unterschied zwischen empirischem Denkprozeß und der Logik.

Rein vom Erscheinungsbild gesehen, sind sich Denkprozeß und Logik — abgesehen von der beschriebenen Übereinstimmung im Resultat — ganz und gar unähnlich. Die deduktive Ableitung der Mattstellung ist ein umfangreicher systematischer Zusammenhang, in dem ausführliche Definitionen, zahlreiche Begriffsunterscheidungen, lange Deduktionsketten, tabellenartige Aufstellungen usw. stattfinden. Demgegenüber nimmt sich das Schlußfolgern, wie wir es in unserem eigenen Denken beobachten können und wie es in den mittels „lautem Denken" erhobenen Protokollen erscheint (zum Schach s. de Groot 1964, Newell/Simon 1972) sehr bescheiden aus: so elegant, scharfsinnig und zwingend manche Überlegungen dabei auch erscheinen, rein von ihrer Komplexität und logischen Form her betrachtet, sind sie ganz schlicht und gehen kaum über einen Komplexitätsgrad sehr einfacher Syllogismen hinaus. So ist eines der wesentlichen Ergebnisse der auf das Schach bezogenen denkpsychologischen Untersuchungen dies, daß sich der hervorragende Schachmeister vor dem weniger geübten Spieler keineswegs durch enormes Vorausrechnen von Varianten über 10, 20 oder mehr Züge auszeichnet. Was den Schachmeister auszeichnet, ist vielmehr seine Fähigkeit, die in der Stellung — allgemeiner: im gegebenen Problemzustand — liegende Information besser auszuwerten, darin Strukturen zu erkennen, die ihm gestatten, sein „Wissen" über typische Abläufe und Zusammenhänge anzuwenden. Wie für die noch elementare Erkenntnis (beispielsweise, daß bei einem Doppelschach nur der angegriffene König bewegt werden kann) gilt ganz allgemein: der Schachspieler kennt zwar den speziellen Sachverhalt (der im einfachsten Fall als bloße Wenn-Dann-Beziehung für ihn besteht), aber nicht seine logisch-deduktive Ableitung. Er hat dieses sein „Wissen" nicht aus logischer Deduktion gewonnen, sondern aus dem, was gemeinhin als „Erfahrung" bezeichnet wird.

Ein großer Teil der psychologischen Erforschung des Denkens richtet sich darauf, was diese Erfahrenheit ausmacht. Im Sinne der vorher geäusserten Hypothese läßt sich vermuten, daß im Umgang mit dem betreffenden Problembereich vom Problemlöser auf primär *empirischem* Wege das als Erfahrung, vorbewußtes oder bewußtes Wissen oder kognitive Struktur erarbeitet wird, was mittels der Logik auf deduktive Weise abgeleitet werden kann. Dabei kann man den empirischen Weg dieser Art Wissensbildung auffassen als ein Vorgehen, in dem das Probieren die entscheidende Rolle spielt: Der Schachspieler abstrahiert z.B. die Kenntnis der drei Verteidigungsarten gegen das Schachgebot aus zahlreichen Einzelsituationen, teilweise verbunden mit dem Vorkommen von Irrtümern. Vom Standpunkt der Logik ist diese Art zu Kenntnissen zu kommen wenig ökonomisch. Man könnte also sagen, daß das auf dem Erfahrungswege voranschreitende individuelle Denken eine *unvollständige Abbildung* der objektiven Logik des jeweiligen Problems erzeugt. Unvollständig in zweierlei Hinsicht. Einmal insofern als der empirische Erkenntnisgewinn unökonomisch verläuft, daß er zahlreiche Einzelinstanzen benötigt und Fehler macht, die bei deduktivem Vorgehen alle vermeidbar wären. Zum andern, wichtiger noch, weil es auch in seinem Resultat fehlerbehaftet bleibt. Denn zur absoluten Sicherheit kann es — im problemlösenden Denken — nur auf zweierlei Weise kommen, entweder indem der Problemraum durch systematisches Probieren vollständig ausgeschöpft wird oder eben durch Deduktion. Der einzelne Problemlöser bekommt im Laufe seiner Erfahrung mit dem betreffenden Problembereich aber niemals alle relevanten Problemsituationen zu Gesicht, und selbst, wenn dem so wäre, so könnte er sie nicht hinreichend abstraktiv verarbeiten. Da die Erfahrungsbildung aber auch nicht systematisch-deduktiv verläuft, bleibt das individuelle Denken bzw. auch Wissen in dem Problembereich unvollständig; es besitzt heuristischen Charakter, d.h. es findet die Lösung zwar mit hoher, aber doch eben nur Wahrscheinlichkeit. In meinen Untersuchungen am Schachspiel zeigt sich dieser Sachverhalt darin, daß die exakt ermittelten Ergebnisse in ihrer großen Mehrzahl vom Standpunkt des praktischen Schachspielens aus trivial sind. Andererseits fördert die systematische Ableitung aber auch Fälle ans Licht, über deren Existenz man sich normalerweise keine Gedanken macht, da sie praktisch kaum vorkommen (die in Abb. 5 gezeigte Stellung ist z.B. eine solche Stellung, die zwar einen besonders komplexen Fall einer

Mattstellung darstellt, der andererseits in praktischen Partien kaum einmal vorkommen dürfte).

An dieser Stelle ist, zur Vermeidung eines Mißverständnisses, auf Folgendes hinzuweisen. Wenngleich das Denken der formalen Logik nicht absolut bedarf, sondern nur insofern als das Probieren vermieden werden soll, also letztlich aus einem ökonomischen Grund, so heißt das nicht, daß man logisch fehlerhaft denken dürfe: Die Deduktion ist zwar überflüssig, solange man sich mit dem Probieren behelfen kann; *wenn* man sie aber bemüht, dann muß man innerhalb ihrer Voraussetzungen bleiben, und inkorrekte Schlüsse führen zu falschen Ergebnissen.

In Übereinstimmung mit vielen empirischen Untersuchungen darf man wohl verallgemeinernd feststellen, daß im empirischen Denkprozeß nur wenig von Logik im Sinne komplizierterer Syllogismen oder Deduktionsketten zu finden ist. Viel mehr als einige wenige Schlußformen wie modus ponens oder modus tollens tritt da nicht auf, und zwar auch dort nicht, wo das individuelle Denken als schlußfolgernd erscheint. Daher ist es auch problematisch, wie Leiser (1978) anzunehmen, daß die als fixierte Erkenntnis vorliegende Logik und Mathematik zugleich das individuelle Denken charakterisieren würde. Dies mag zutreffen für das, was ich eingangs als kategoriale Funktion von Logik heraushob, sicher aber nicht für die Logik als Deduktionssystem. Was als scharfsinniges Schlußfolgern imponiert, wird sich vermutlich eher als verschärfte Aufmerksamkeit, als Kühnheit der Hypothesenbildung, als Fähigkeit zu selbstkritischer Sichtweise, als geschickte Strategie und als engagierte Motiviertheit entpuppen, denn als echt deduktives Ableiten. Wenn beispielsweise der scharfsinnige Detektiv einer Kriminalgeschichte aus einem am Tatort gefundenen Lippenstift und einer angerauchten Zigarette (ohne Spuren dieses Lippenstifts) im Rahmen des sonstigen Zusammenhang zwingend ,,schlußfolgert'', daß der Täter ein Mann ist (der den Verdacht von sich ablenken will), so handelt es sich dabei nicht primär um logische Deduktion als vielmehr um *inhaltliche* Zusammenhänge, deren Auffindung (als plausible Hypothesen) ungewöhnliche Kombinationen von Sachverhalten und ein gutes Nachfühlen von Motivationen erfordern. Es wäre reizvoll, zu untersuchen, was genau den ,,Scharfsinn'' und die ,,Erfahrung'' ausmacht und wie ihr Verhältnis zur Logik ist.

Vielleicht ist hier gerade die Schnittstelle des inneren Zusammenhangs von Kognition und Emotion im Problemlösen. Nach den hier dargelegten Einsichten wäre dieser Zusammenhang wie folgt zu skizzieren. Das problemlösende Denken wird durch ,,Gefühl'', ,,Ahnung'', ,,die richtige Nase'' usw. dort gesteuert, wo explizite, aus objektiver Einsicht resultierende Vorgehensanweisungen nicht vorliegen. Zum Erfolg — d.h. zum Erreichen der Problemlösung überhaupt wie zur Ökonomisierung des Weges zur Lösung — wird dieses gefühlsmäßige Vorgehen in dem

Maße führen, wie es mit objektiv-logisch deduzierbaren Zusammenhängen der Problemmaterie übereinstimmt. Die spezifische Qualität des nur Fühlens oder Ahnens rührt wiederum daher, daß diese objektiven Einsichten nicht durch Nachvollzug der entsprechenden logischen Ableitungen gewonnen werden, sondern empirisch auf dem Wege nicht reflektierter Abstraktion beim praktischen Problemlösen. (Allerdings ist der eben aufgezeigte Zusammenhang nur ein Teilaspekt des Verhältnisses von Kognition und Emotion, zumal wir es hier ja nur mit der gegenüber dem Denken als Mittel der Erfassung der Wirklichkeit eingeengten Funktion des Problemlösens zu tun haben. Für den Zusammenhang der Emotionalität mit dem Denken dürfte ansonsten der Ich-Bezug und der Bezug zu Anderen eine entscheidende Rolle spielen.)

Deduktionslogik und Mathematik sind mithin primär in *vergegenständlichter, objektivierter Form* wirksam. Das heißt: einmal gemacht logisch-mathematische Erkenntnisse werden — in Gestalt von Formeln oder implizit in festgehaltenen Wenn-Dann-Zusammenhangserkenntnissen o.ä. — objektiviert und bleiben so wirksam und verfügbar, *ohne* im empirischen Denken prozessual auftreten zu müssen. Logisch-mathematische Verfahren werden geradezu zu dem Zweck geschaffen, das aktuelle Denken von der Notwendigkeit komplizierter Deduktionen zu befreien. Ich würde sogar annehmen, daß selbst der Logiker oder Mathematiker nicht viel mehr deduktiv *denkt* als andere Menschen, daß er also die komplexen Deduktionszusammenhänge, die er *produziert*, nicht praktiziert; im Gegenteil wird gerade er, dank seiner Kenntnis der vergegenständlichten, festgehaltenen logischen Resultate im Großen und Ganzen mit den wenigen einfachen Deduktionen auskommen, mit denen auch das nicht auf Logik spezialisierte Denken arbeitet.

4.2 Gesellschaftlicher Arbeitsprozeß, Logik und Ökonomie des Denkens

Wir haben uns bisher mit dem aktuellen Denkprozeß bzw. mit der Wirkungsweise bereits fertiggestellter, aktuell zur Verfügung stehender Vorgehensweisen (Programme) beschäftigt. Die Werkzeuge des Denkens — sei es psychologisch als mehr oder minder bewußtes Wissen, sei es als deduktiv gewonnenes Programm — wurden als gegeben angenommen. Die Betrachtung der Ökonomie der geistigen Tätigkeit verlangt aber auch, die „Kosten" zur Erzeugung dieser Werkzeuge mit in Rechnung zu stellen, was bisher bewußt zurückgestellt wurde.

Der Begriff „Werkzeug" ist hier nicht nur eine Metapher; die Programme, Strategien, Wissensstrukturen usw. sowohl lebendig-psychischer als auch vergegenständlicht-technischer Art *sind* Werkzeuge des Problemlösens, nämlich vorher produzierte Mittel der (geistigen) Arbeit. Wegen der komplexen Organisation einzelner Operationen wäre bei den dargestellten Programmen für die Schachaufgabe treffender von Maschinen zu sprechen (wobei noch zu prüfen wäre, ob dieser Ausdruck nur in analogem Sinne zu verwenden ist oder ob eine hinreichend genaue strukturelle und genetische Übereinstimmung zwischen Maschine und Programm aufweisbar ist). Die historische Entwicklung der materiellen Produktion ist dadurch gekennzeichnet, daß der Aufwand an Produktionsmitteln gegenständlichen Produktionsmitteln, also der in Technik und Maschinerie vergegenständlichten Arbeit, ständig steigt. Dementsprechend steigt auch der die Produktion *vorbereitende*, planende Anteil an geistiger Arbeit, in welchem Zusammenhang auch die Entwicklung der Wissenschaft zu sehen ist (vgl. Projektgruppe Automation und Qualifikation 1978). In umgekehrter Betrachtungsweise: die Verwendung komplizierter, aufwendiger Werkzeuge setzt einen entsprechend hohen Grad der Vergesellschaftung der Arbeit voraus: eine Maschine zu bauen lohnt sich erst da, wo ein entsprechend großer Bedarf nach den Produkten besteht, die mit dieser Maschine hergestellt werden können.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung führen auf denselben Tatbestand im Bereich des Denkens, der geistigen Arbeit. Wir hatten gesehen, daß die Deduktionslogik für das individuelle Denken nur eine implizite und partielle Rolle spielt, wogegen sie explizit primär als eigenes Gebiet in der wissenschaftlichen Arbeitsteilung erscheint. Tatsächlich *lohnt sich* die deduktive Bearbeitung eines Problemzusammenhangs für das einzelne Individuum in der Regel *nicht*, meist könnte es sich den Aufwand einer vorgängigen systematischen logischen Bearbeitung auch nicht leisten oder wäre dazu gar nicht in der Lage. Denn die deduktive Problembearbeitung ist, wie vorher angedeutet wurde, ein sehr aufwendiger Prozeß und erfordert ausgreifende systematische geistige Arbeit, die zu dem konkret vom Problemlöser zu bearbeitenden Einzelprobleme in gar keinem Verhältnis steht: der Problemlöser ist stets auf das *einzelne*, partikulare Problem gerichtet, das er gerade zu lösen hat; die logische Problembearbeitung richtet sich dagegen notwendig auf den *gesamten* Problembereich. Daher rührt auch der große Aufwand, den die logisch-deduktive Problembearbeitung erfordert, daß sie mit Allaussagen arbeiten muß, um den gesamten Bereich der zulässigen Operationen und der möglichen Problemzustände zu überdecken. Dieser Sachverhalt läßt sich an der Untersuchung der Schachaufgabe konkret aufzeigen. Dies bleibt hier allerdings etwas subjektiv, indem ich berichte, daß die Erstellung der drei Programme unterschiedlichen Arbeitsaufwand erforderte. Und zwar war das Programm der Stufe 2 bei weitem das aufwendigste, es benötigte zur Konzeption, Ausführung und Testung an der Maschine die meiste Gedankenarbeit und natürlich auch die meiste Zeit. Umgekehrt ließ sich das Programm der Stufe 0, das Probierprogramm, relativ leicht formulieren und in der kürzesten Zeit zum Laufen bringen. Ein gewissermaßen verkleinertes Abbild dieses Verhältnisses im Aufwand zeigt sich objektiv bei der aktuellen Berechnung: jedes Programm erfordert eine Übersetzung in die Maschinensprache (Kompilation). Die Kompilationszeit der drei Programme betrug (wieder im Durchschnitt über die 5 Programmläufe): für das Programm der Stufe 0 4,7 sec.; für das Programm der Stufe 1 6,2 sec. und für das der Stufe 2 10,9 sec.

Die Erstellung eines solchen Programms wie auch dessen Eingabe und Übersetzung ist gewissermaßen eine Vorausleistung, die sich in dem Maße als ökonomisch vorteilhaft erweist, wie sie dann auf viele Fälle angewendet wird. Angenommen, wir hätten gerade 10 Schachaufgaben der in dieser Untersuchung verwendeten Art zu bearbeiten. Dann würde nach Tab. 1 das Probierprogramm ca. 5 sec. benötigen, das Programm der Stufe 1 ca. eine halbe Sekunde. Der Gesamtaufwand einschließlich der Kompilationszeit wäre dann aber beim Probierprogramm immer noch geringer.

Der ökonomisierende Effekt der Logik liegt also darin begründet, daß sie sich nicht auf ein *aktuelles*, vorliegendes Problem, sondern auf — innerhalb des betreffenden Problembereichs — beliebige *mögliche* Probleme bezieht. Dieser Mechanismus: es werden in Vorausleistung Vorkehrungen getroffen, um später zu erwartenden Anforderungen zu genügen, zeigt sich auch in den Programmen selbst und liefert uns die vorher zurückgestellte Erklärung, warum sich mit zunehmender Komplexität der Schachaufgaben eine über-verhältnismäßige Ersparnis ergibt. Wie zuvor in einiger Detailliertheit gezeigt wurde, zeichnen sich die deduktiven Programme dadurch aus, daß sie zu früheren Zeitpunkten „Arbeiten" erledigen, deren Resultate erst später relevant werden. Der Aufwand, den diese verallgemeinerten Operationen erfordern, ist ein konstanter „Kosten"faktor, der sich um so mehr lohnt, je mehr dann hinterher damit anzufangen ist, je mehr Steine beispielsweise dann unter dem erarbeiteten Gesichtspunkt abzufragen sind.

Die Ökonomie der Logik als geistige Angelegenheit verweist uns somit auf die materielle, gesellschaftliche Ökonomie: Logik als System der Deduktion ist Teil der mit der steigenden Vergesellschaftung einhergehenden vorausplanenden, für mögliche Anwendungsfälle vorsorgenden geistigen Arbeit. Die geistige Arbeit des Individuums wiederum wird in dem Maße efektiver, wie es — implizit oder explizit — an dem gesellschaftlich erarbeiteten, in vergegenständlichter Form zugänglichen Bestand an Mitteln der Deduktionslogik Anteil hat. Gehen wir einmal davon aus, daß Problemlösen mittels reinem Probieren keine reale Möglichkeit individuellen Denkens darstellt, so läßt sich feststellen, daß das Individuum sein Problem nicht lösen kann, wenn es nicht teil hat an den historisch erarbeiteten geistigen Werkzeugen wie der Deduktionslogik.

Literatur

Avenarius, R.: Philosophie als Denken der Welt gemäß dem Prinzip des kleinsten Kraftmaßes — Prolegomena zu einer Kritik der reinen Erfahrung. Leipzig 1876

Bartlett, F.: Thinking - an experimental and social study. London 1958

Church, R./Church, K.: Plans, goals, and search strategies for the selection of a move in chess. In: Frey, P. (Ed): Chess skill in man and machine, New York 1977, S. 131-156

De Groot, A.: Thought and choice in chess. Den Haag 1964

Fischer, R./Margulies, S. und Mosenfelder, D.: Bobby Fischer lehrt Schach — Ein programmierter Schachlehrgang. Reinbek 1974

Holzkamp, K.: Sinnliche Erkenntnis — Historischer Ursprung und gesellschaftliche Funktion der Wahrnehmung. Frankfurt/M. 1973

Leiser, E.: Methodische Grundlagen der Kritischen Psychologie I — Widerspiegelungscharakter von Logik und Mathematik. Frankfurt/M. 1978

Müller, R.W.: Geld und Geist — Zur Entstehungsgeschichte von Identitätsbewußtsein und Rationalität seit der Antike. Frankfurt/M. 1977

Newell, A. und Simon, H.: Human problem solving. Englewood Cliffs 1972

Projektgruppe Automation und Qualifikation: Band II: Entwicklung der Arbeitstätigkeiten und die Methode ihrer Erfassung. Berlin/W. 1978

Seidel, R.: Denken - Psychologische Analyse der Entstehung und Lösung von Problemen. Frankfurt/M. 1976

Seidel, R.: Objektive Beschreibung von Problemen und Beurteilung von Problemlösungsprozessen an Hand exakter Bewertungen der Problemzustände — dargestellt am Schachspiel. In: Zeitschrift für Psychologie 1977, 185,434-454

Diskussion

Holm Gottschalch

Probleme der Motivationstheorie der „Kritischen Psychologie"

Kritischer Anspruch und konventionelle Analyse auf einem Weg zur marxistischen Psychologie

In zwei umfangreichen Bänden (zusammen rund 850 Seiten) legt Ute Holzkamp-Osterkamp eine Theorie der Entwicklung der Psyche der Tiere und des Menschen, insbesondere der Motivation des Menschen vor.[1] Ausgangspunkt und Methode dieser Theoriebildung bestimmt die Autorin so: „Unser methodisches Vorgehen bestimmt sich allgemein nach der historischen Methode des historisch-dialektischen Materialismus und im besonderen nach der Spezifizierung dieser historischen Methode im Hinblick auf die Analyse psychologischer Gegenstände, wie sie innerhalb der Kritischen Psychologie bisher im Anschluß an die Kulturhistorische Schule der sowjetischen Psychologie erarbeitet worden ist." (I,44) Ausgehend von der Geschichtlichkeit ihres Gegenstandes - des menschlichen Be-